GRUPO A

Problemas

P_A1 ≡ 1.- Una onda armónica senoidal transversal se propaga en sentido positivo del eje X con una frecuencia de 10 Hz, una velocidad de propagación de 20 m/s, una amplitud de 0,05 m y fase inicial nula. Determine:

a) La ecuación de la onda.
b) La velocidad de vibración de un punto situado en *x* = 20 cm en el instante *t* = 0,15 s.
c) La distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase, en un determinado instante, es π/6 rad.

a) La ecuación general de la onda, que se propaga en el sentido positivo del eje X, se puede expresar como:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t - kx + \varphi_0),$$

donde A=0,05 m, f=10 Hz, v=20 m/s y φ_o=0. Además, se tiene

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 20\pi\, rad/s; \quad v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{10} = 2m; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} = \pi\, m^{-1}$$, y finalmente

$$y(x,t) = 0{,}05\,\mathrm{sen}(20\pi t - \pi x)$$

b) $$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = A\omega\cos(\omega t - kx) = 0{,}05 \cdot 20\pi\cos(20\pi t - \pi x) = \pi\cos(20\pi t - \pi x)\ (m/s)$$

Sustituyendo $x = 0{,}2$ m y $t = 0{,}15$ s, se tiene:

$$v(x = 0.2, t = 0.15) = \pi\cos(20\pi \cdot 0{,}15 - \pi \cdot 0{,}2) = \pi\cos(2{,}8\pi) = -2{,}54\, m/s$$

c) $\varphi_2 - \varphi_1 = (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = k(x_2 - x_1) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow (x_2 - x_1) = \frac{\pi}{6k} = \frac{1}{6}m$

P_A2 ≡ 2.- Un meteorito de 400 kg de masa se dirige en caída libre hacia el centro de la Tierra. Sabiendo que cuando se encuentra a una altura de 500 Km tiene una velocidad de 20 m/s, determine:

a) El peso del meteorito a dicha altura.
b) La energía mecánica o energía total del meteorito a dicha altura.
c) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre despreciando la fricción con la atmósfera.

Datos: G =6,673 ·10^{-11} Nm²/kg² ; M_{Tierra} = 5,98 ·10^{24} kg ; R_{Tierra} = 6370 km

a) $$\vec{g}_T(\vec{r}) = -G\frac{M_T}{r^2}\vec{u} \Rightarrow g_p(r) = G\frac{M_T}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{5{,}98 \cdot 10^{24}}{((6370+500)\cdot 10^3)^2} = 8{,}45\, m/s^2$$

Y su peso será: P = m· g = 400 · 8,45 = 3380,44 N

b) $$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}m_m v_m^2 - G\frac{M_T m_m}{R_m} = \frac{1}{2}400 \cdot 20^{\,2} - 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{5.98 \cdot 10^{24} \cdot 400}{(6370+500)\cdot 10^3} = -2{,}32 \cdot 10^{10} J$$

c) $$E = E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \Longrightarrow \frac{1}{2}m_m v_{1m}^2 - G\frac{M_T m_m}{R_{1m}} = \frac{1}{2}m_m v_{2m}^2 - G\frac{M_T m_m}{R_{2m}} \Longrightarrow$$

$$v_{2m} = \sqrt{2\cdot\left(-G\frac{M_T}{R_{1m}} + \frac{1}{2}v_{1m}^2 + G\frac{M_T}{R_{2m}}\right)} = \sqrt{2\cdot\left(-6.67 \cdot 10^{-11}\frac{5.98 \cdot 10^{24}}{(6370+500)\cdot 10^3} + \frac{1}{2}20^2 + 6.67 \cdot 10^{-11}\frac{5.98 \cdot 10^{24}}{(6370)\cdot 10^3}\right)} = 3019\,\frac{m}{s}$$

Cuestiones

C_A1≡**1.-** Enuncie la Ley de Faraday-Henry y Lenz. Calcule el valor máximo de la corriente eléctrica inducida en una espira de resistencia 5Ω, sabiendo que el flujo magnético a través de la misma viene dado por $\Phi(t) = 5\cdot\cos(5\pi t)$ (Tm^2).

Enunciado: Toda variación en el tiempo del flujo (Φ) del campo magnético (B) que atraviesa una espira o un circuito cerrado (de área S) produce en ésta una fuerza electromotriz (ε) (o corriente inducida I) dada por: $\varepsilon = -d\Phi/dt$

El sentido de la corriente inducida (I) es tal que genera un campo magnético cuyo flujo se opone al flujo que la produce.

$\varepsilon = -d\Phi(t)/dt = 25\pi\cdot sen(5\pi t)$; $I_{max} = \varepsilon_{max}/R = 25\pi/5 = 5\pi$ A=15,71 A

C_A2≡**2.-** Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2. Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1. Justifique brevemente si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes: a) El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano. b) Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia.

a) Esta afirmación es verdadera. Coincide con el enunciado de la primera ley de reflexión y refracción de la luz (Snell).

b) Esta afirmación es falsa. La reflexión total se produce cuando $n_1 > n_2$, pero solo a partir de un ángulo determinado denominado ángulo límite.

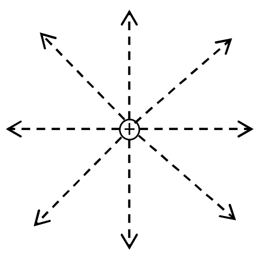
(Este ángulo viene dado por: $n_1\, sen\,\hat{i}_L = n_2\, sen 90 \Rightarrow sen\hat{i}_L = \frac{n_2}{n_1}(n_1 > n_2) \Rightarrow \hat{i}_L = arc\, sen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$)

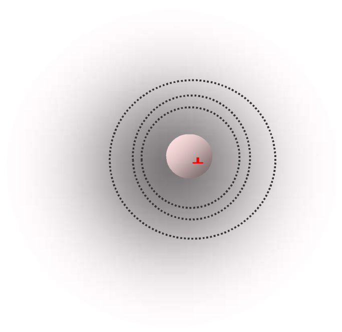
C_A3≡**3.-** Explique qué son las líneas de campo eléctrico y las superficies equipotenciales. Dibuje esquemáticamente las líneas de campo y las superficies equipotenciales correspondientes a una carga puntual positiva.

Las líneas (de fuerza) del campo eléctrico son líneas (imaginarias) tangentes en cada punto del espacio al vector intensidad del campo eléctrico (en dicho punto). (¡Orientación!).

Las superficies equipotenciales son el lugar geométrico de los puntos del espacio que tienen el mismo valor del potencial.

Las líneas de campo correspondientes a una carga puntual positiva son líneas radiales y apuntando desde la carga hacia fuera. Y las superficies equipotenciales son esferas concéntricas a la carga puntual.





C_A4≡**4.-** En una cierta región del espacio se mueve un protón a la velocidad de $1\cdot10^4$ Km/h. Calcule el momento lineal y la longitud de onda de De Broglie asociada a dicho protón. Datos: h = $6,63\cdot10^{-34}$ J s; $m_p = 1,67\cdot10^{-27}$ kg.

$$p = m\cdot v = 1,67\times10^{-27}\cdot 1.10^4.\frac{1000}{3600} = 4,64\cdot10^{-24} kgm/s$$

$$\lambda = \frac{h}{m\cdot v} = \frac{6,63\cdot10^{-34}}{1,67\times10^{-27}\cdot 1.10^4.1000/3600} = 1,43\cdot10^{-10} m$$

OPCIÓN B

Problemas:

P_B1 ≡ 1.- En el banco óptico del laboratorio disponemos de una lente cuya focal es – 20 cm.

a) Determina la posición y tamaño de la imagen de un objeto de 5 cm de altura cuando se coloca a 30 cm de la lente.
b) Determina la posición y tamaño de la imagen de un objeto de 5 cm de altura cuando se coloca a 10 cm de la lente.
c) Realice los diagramas de rayos en las situaciones anteriores y calcule la potencia de la lente.

a) Cuando $s = -30$ cm;

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; \qquad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{s+f'}{sf'} \Rightarrow s' = \frac{sf'}{s+f'} \Rightarrow s' = \frac{(-30)(-20)}{-30+(-20)} = -12\ cm$$

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-12}{-30} = 0,4 \Rightarrow y' = 0,4y = 0,4 \cdot 5 = 2\ cm$$

b) Cuando $s = -10$ cm;

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; \qquad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{s+f'}{sf'} \Rightarrow s' = \frac{sf'}{s+f'} \Rightarrow s' = \frac{(-10)(-20)}{-10+(-20)} = -6,\widehat{6}\ cm$$

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-6,\widehat{6}}{-10} = 0,\widehat{6} \Rightarrow y' = 0,\widehat{6}y = 0,\widehat{6} \cdot 5 = 3,\widehat{3}\ cm$$

c) La potencia de la lente será:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,2} = -5\ Dp$$

imagen virtual, derecha y menor que el objeto

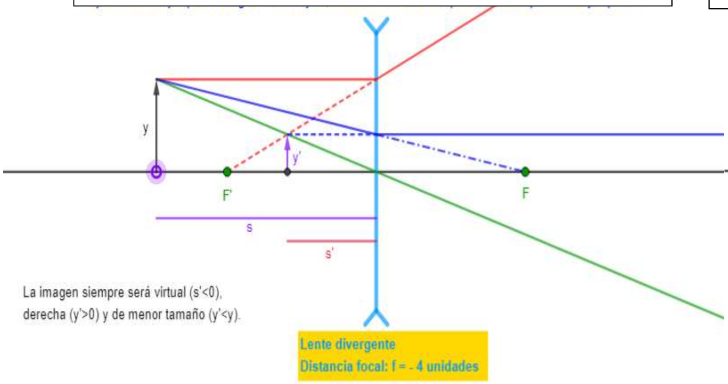
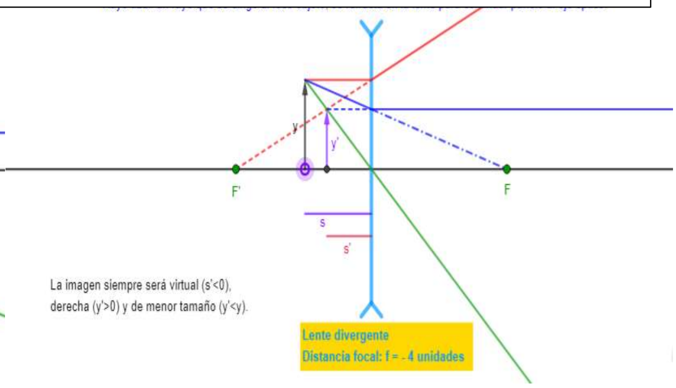


imagen virtual, derecha y menor que el objeto



P_B2 ≡ 2.- Dos partículas con cargas de +1 μC y de –1 μC están situadas en los puntos del plano *XY* de coordenadas (–1, 0) y (1, 0), respectivamente. Sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros, calcule:

a) El vector campo eléctrico en el punto (0,3).
b) El potencial eléctrico en los puntos (1,1) y (3,3).
c) El trabajo realizado por el campo para llevar una carga de +1 C desde el punto (1,1) al (3,3).

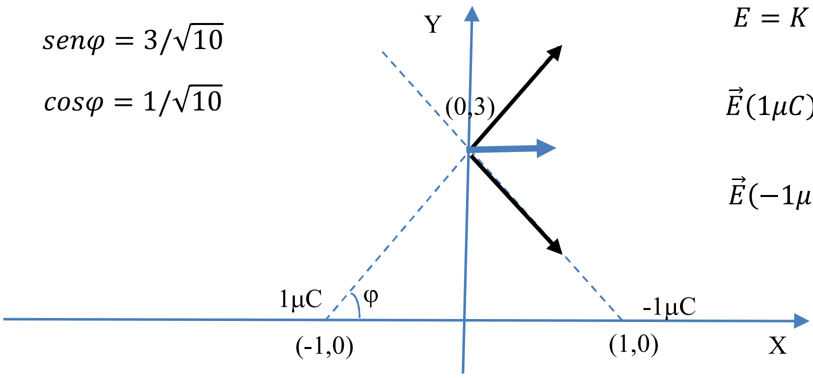
Dato: K = $9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}

a)

$$D_{(-1,0)-(0,3)} = D_{(1,0)-(0,3)} = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10} = 3{,}16\ m$$

$$sen\varphi = 3/\sqrt{10}$$

$$cos\varphi = 1/\sqrt{10}$$



$$E = K\frac{|Q|}{r^2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}}{\sqrt{10}^2} = 9\cdot10^2\ N/C$$

$$\vec{E}(1\mu C) = 9\cdot10^2\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}\vec{\imath} + 9\cdot10^2\cdot\frac{3}{\sqrt{10}}\vec{\jmath}\ (N/C)$$

$$\vec{E}(-1\mu C) = 9\cdot10^2\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}\vec{\imath} - 9\cdot10^2\cdot\frac{3}{\sqrt{10}}\vec{\jmath}\ (N/C)$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}(1\mu C) + \vec{E}(-1\mu C) = 9\cdot10^2\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}\vec{\imath} + 9\cdot10^2\cdot\frac{3}{\sqrt{10}}\vec{\jmath} + 9\cdot10^2\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}\vec{\imath} - 9\cdot10^2\cdot\frac{3}{\sqrt{10}}\vec{\jmath} = 2\cdot9\cdot10^2\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}\vec{\imath} =$$

$$= 1800\cdot\frac{1}{\sqrt{10}}\vec{\imath} = 569{,}21\,\vec{\imath}\ \ (N/C)$$

b)

$$D_{(1,0)-(1,1)} = \sqrt{(1-1)^2+(0-1)^2} = \sqrt{1} = 1\ m$$

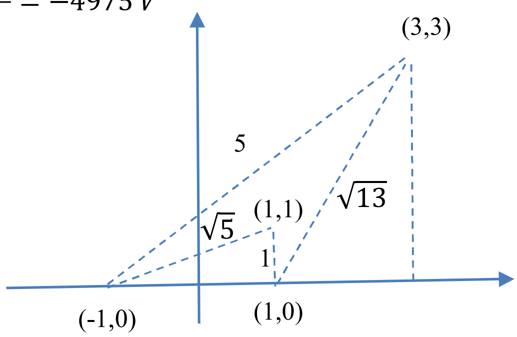
$$D_{(-1,0)-(1,1)} = \sqrt{(-1-1)^2+(0-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}\ m$$

$$V_{(1,1)} = V(1\mu C)_{(1,1)} + V(-1\mu C)_{(1,1)} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}}{\sqrt{5}} + 9\cdot10^9\cdot\frac{(-1\cdot10^{-6})}{\sqrt{1}} = -4975\ V$$

$$D_{(1,0)-(3,3)} = \sqrt{(1-3)^2+(0-3)^2} = \sqrt{13}\ m$$

$$D_{(-1,0)-(3,3)} = \sqrt{(-1-3)^2+(0-3)^2} = \sqrt{25} = 5\ m$$

$$V_{(3,3)} = V_{AC} + V_{BC} = 9\cdot10^9\cdot\frac{1\cdot10^{-6}}{5} + 9\cdot10^9\cdot\frac{(-1\cdot10^{-6})}{\sqrt{13}} = -696{,}6\ V$$



C)

El trabajo para llevar la carga (1,1) al punto (3,3) viene dado por:

$$W_{(1,1)\to(3,3)} = q\left(V_{(1,1)} - V_{(3,3)}\right) = +1\cdot(-4975-(-696{,}6)) = -4278{,}4\ J$$

Cuestiones:

C_B1≡**1.-** Un movimiento ondulatorio se propaga según la ecuación: y(x,t)= sen(4t-5x), donde t está expresada en segundos y x en metros. Calcule la velocidad de propagación y la longitud de onda de esta onda.

$$Y(x,t) = Asen(\omega t + Kx + \varphi_0); \quad V = \frac{\omega}{K} = \frac{4}{5} = 0.8\ m/s; \quad K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{5} = 1.256\ \mathrm{m}$$

C_B2≡**2.-** Un satélite geoestacionario describe una órbita circular en torno a la Tierra. Determine la energía mecánica si la masa del satélite es 70 kg.

Datos: G = 6,673 ·10^{-11} Nm^2/kg^2 ; M_{Tierra} = 5,98 · 10^{24} kg ; R_{Tierra} = 6370 km

Al ser el satélite geoestacionario el periodo es de 24 horas, esto es, 86400 s. Por otro lado

$$\sum F = F_G = F_{centrípeta} \Longrightarrow G\frac{M_T m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \quad r = G\frac{M_T}{v^2} = G\frac{M_T}{\left(2\pi r/T\right)^2} \Rightarrow r^3 = \frac{GM_T}{4\pi^2}T^2 \Rightarrow r = \left(\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot 10^{24}}{4\pi^2}\left(86400\right)^2} = 42250474 \approx 4{,}23\cdot 10^7\, m$$

Para hallar la energía mecánica del satélite en órbita recurrimos a la expresión:

$$E = -\frac{1}{2}E_p = -\frac{1}{2}G\frac{M_p m_s}{R_s} = -\frac{1}{2}6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{5{,}98\cdot 10^{24}\cdot 70}{4{,}23\cdot 10^7} = -3{,}29\cdot 10^8 (J)$$

C_B3≡**3.-** Un protón que se mueve con velocidad constante en el sentido positivo del eje *X* penetra en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $\vec{E} = -3{,}5\cdot 10^5\,\vec{k}$ (N/C) y un campo magnético $\vec{B} = 2\,\vec{\jmath}$ (T). Determine el módulo de la velocidad que debe llevar el protón al penetrar en la región para que la atraviese a velocidad constante, sin ser desviado.

La fuerza que experimenta el electrón viene determinada por la fuerza de Lorentz. Para que no se desvíe, el valor de esta fuerza debe ser nula:

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\left(\vec{v}\,x\,\vec{B}\right); \qquad \vec{0} = e\vec{E} + e\left(\vec{v}\,x\,\vec{B}\right) \qquad \Rightarrow \qquad -\vec{E} = \vec{v}\,x\,\vec{B}$$

Introduciendo los valores correspondientes se llega a

$$E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{3{,}5\cdot 10^5}{2} = 1{,}75\cdot 10^5\, m\,s^{-1}$$

C_B4≡**4.-**¿Qué se entiende por energía de enlace nuclear? Determine la energía de enlace por nucleón del $^{14}_{6}C$, cuya masa atómica vale 14,0032 u. Datos: $m_{protón}$ = 1,0073 u; $m_{neutrón}$ = 1,0087 u; 1 u = 931,5 MeV/c^2.

Energía de enlace nuclear es la energía liberada cuando sus nucleones aislados se unen para formar el núcleo.

$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - M_{at} = 6x1{,}0073 + (14-6)x1{,}0087 - 14{,}0032 = 0{,}1102$ u

$E = \Delta m\cdot c^2 = 0{,}1102\cdot 931{,}5 = 102{,}6513$ MeV y $E/A = 7{,}3322$ MeV